Белорусский государственный технологический университет

Кафедра Информационных Систем и Технологий

**Курс «Математическое программирование»**

**Отчёт по лабораторной работе №6**

**ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

**Вариант 1**

Выполнила: Агапкина Д.С

ФИТ 2 курс 6 группа

Проверил: Буснюк Н.Н

Минск 2019

ЗАДАНИЕ

Условие:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **169** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **114** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **151** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **101** |
| Потребности | **144** | **108** | **132** | **194** | **96** | **164** |  |

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей. Проверим это условие.

∑a = 169 + 114 + 151 + 160 + 101 = 695

∑b = 144 + 108 + 132 + 194 + 96 + 164 = 838

Так как запасы поставщиков меньше потребности потребителей, введем фиктивного поставщика 6, с запасом продукции равным 838-695=143. Стоимость доставки единицы продукции от фиктивного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4 | 12 | 2 | 169 |
| 2 | 11 | 1 | 9 | 6 | 8 | 14 | 114 |
| 3 | 2 | 6 | 12 | 9 | 3 | 12 | 151 |
| 4 | 5 | 11 | 11 | 4 | 14 | 3 | 160 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1 | 11 | 5 | 101 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 144 | 108 | 132 | 194 | 96 | 164 |  |

Теперь выполняется условие.

Этап I

*Метод наименьшей стоимости*

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают клетку с наименьшей стоимостью, для этой ячейки присваиваем меньшее из чисел ai, или bj. Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Повторяем, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Искомый элемент равен c22=1.

x22 = min(114, 108) = 108.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4 | 12 | 2 | 169 |
| 2 | 11 | **1** | 9 | 6 | 8 | 14 | 114-108=6 |
| 3 | 2 | 6 | 12 | 9 | 3 | 12 | 151 |
| 4 | 5 | 11 | 11 | 4 | 14 | 3 | 160 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1 | 11 | 5 | 101 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 144 | 108-108=0 | 132 | 194 | 96 | 164 |  |

Искомый элемент равен c54=1.

x54 = min(101, 194) = 101.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4 | 12 | 2 | 169 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8 | 14 | 6 |
| 3 | 2 | 6 | 12 | 9 | 3 | 12 | 151 |
| 4 | 5 | 11 | 11 | 4 | 14 | 3 | 160 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | **1** | 11 | 5 | 101-101=0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 144 | 0 | 132 | 194-101=93 | 96 | 164 |  |

Искомый элемент равен c16=2.

x16 = min(169, 164) = 164.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 22 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4 | 12 | **2** | 169-164=5 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8 | 14 | 6 |
| 3 | 2 | 6 | 12 | 9 | 3 | 12 | 151 |
| 4 | 5 | 11 | 11 | 4 | 14 | 3 | 160 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 144 | 0 | 132 | 93 | 96 | 164-164=0 |  |

Искомый элемент равен c31=2.

x31 = min(151, 144) = 144.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4 | 12 | 2|164 | 5 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8 | 14 | 6 |
| 3 | **2** | 6 | 12 | 9 | 3 | 12 | 151-144=7 |
| 4 | 5 | 11 | 11 | 4 | 14 | 3 | 160 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 144-144=0 | 0 | 132 | 93 | 96 | 0 |  |

Искомый элемент равен c35=13.

x35 = min(7, 96) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4 | 12 | 2|164 | 5 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8 | 14 | 6 |
| 3 | 2|144 | 6 | 12 | 9 | **3** | 12 | 7-7=0 |
| 4 | 5 | 11 | 11 | 4 | 14 | 3 | 160 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 0 | 0 | 132 | 93 | 96-7=89 | 0 |  |

Искомый элемент равен c14=4.

x14 = min(5, 93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | **4** | 12 | 2|164 | 5-5=0 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8 | 14 | 6 |
| 3 | 2|144 | 6 | 12 | 9 | 3|7 | 12 | 0 |
| 4 | 5 | 11 | 11 | 4 | 14 | 3 | 160 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 0 | 0 | 132 | 93-5=88 | 89 | 0 |  |

Искомый элемент равен c44=4.

x44 = min(160, 88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | 0 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8 | 14 | 6 |
| 3 | 2|144 | 6 | 12 | 9 | 3|7 | 12 | 0 |
| 4 | 5 | 11 | 11 | **4** | 14 | 3 | 160-88=72 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 0 | 0 | 132 | 88-88=0 | 89 | 0 |  |

Искомый элемент равен c25=8.

x25 = min(6, 89) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | 0 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | **8** | 14 | 6-6=0 |
| 3 | 2|144 | 6 | 12 | 9 | 3|7 | 12 | 0 |
| 4 | 5 | 11 | 11 | 4|88 | 14 | 3 | 72 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 0 | 0 | 132 | 0 | 89-6=83 | 0 |  |

Искомый элемент равен c43=11.

x43 = min(72,132) = 72.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | 0 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8|6 | 14 | 0 |
| 3 | 2|144 | 6 | 12 | 9 | 3|7 | 12 | 0 |
| 4 | 5 | 11 | **11** | 4|88 | 14 | 3 | 72-72=0 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 143 |
| Потребность | 0 | 0 | 132-72=60 | 0 | 83 | 0 |  |

Искомый элемент равен c63=0.

x63 = min(143, 60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | 0 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8|6 | 14 | 0 |
| 3 | 2|144 | 6 | 12 | 9 | 3|7 | 12 | 0 |
| 4 | 5 | 11 | 11|72 | 4|88 | 14 | 3 | 0 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 | 143-60=83 |
| Потребность | 0 | 0 | 60-60=0 | 0 | 83 | 0 |  |

Искомый элемент равен c65=0.

x65 = min(83, 83) = 83.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | 0 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8|6 | 14 | 0 |
| 3 | 2|144 | 6 | 12 | 9 | 3|7 | 12 | 0 |
| 4 | 5 | 11 | 11|72 | 4|88 | 14 | 3 | 0 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | **0** | 0 | 83-83=0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 83-83=0 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | 0 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8|6 | 14 | 0 |
| 3 | 2|144 | 6 | 12 | 9 | 3|7 | 12 | 0 |
| 4 | 5 | 11 | 11|72 | 4|88 | 14 | 3 | 0 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|83 | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число базисных переменных. Их должно быть m + n - 1 = 11

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 4\*5 + 2\*164 + 1\*108 + 8\*6 + 2\*144 + 3\*7 + 11\*72 + 4\*88 + 1\*101 + 0\*60 + 0\*83 = 2058

Этап II

*Метод потенциалов*

Каждому поставщику ai ставим в соответствие некоторое число - ui, называемое потенциалом поставщика. Каждому потребителю bj ставим в соответствие некоторое число - vj, называемое потенциалом потребителя. Для базисной ячейки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

ui + vj = cij

Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, полагая, что u1 = 0.

|  |
| --- |
| u1 + v4 = 4; 0 + v4 = 4; v4 = 4  u4 + v4 = 4; 4 + u4 = 4; u4 = 0  u4 + v3 = 11; 0 + v3 = 11; v3 = 11  u6 + v3 = 0; 11 + u6 = 0; u6 = -11  u6 + v5 = 0; -11 + v5 = 0; v5 = 11  u2 + v5 = 8; 11 + u2 = 8; u2 = -3  u2 + v2 = 1; -3 + v2 = 1; v2 = 4  u3 + v5 = 3; 11 + u3 = 3; u3 = -8  u3 + v1 = 2; -8 + v1 = 2; v1 = 10  u5 + v4 = 1; 4 + u5 = 1; u5 = -3  u1 + v6 = 2; 0 + v6 = 2; v6 = 2 |
| |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Поставщик | Потребитель | | | | | | U | | b 1 | b 2 | b3 | b 4 | b 5 | b 6 | | a 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | u1 = 0 | | a 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8|6 | 14 | u2 = -3 | | a 3 | 2|144 | 6 | 12 | 9 | 3|7 | 12 | u3 = -8 | | a 4 | 5 | 11 | 11|72 | 4|88 | 14 | 3 | u4 = 0 | | a 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | u5 = -3 | | a 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|83 | 0 | u6 = -11 | | V | v1 = 10 | v2 = 4 | v3 = 11 | v4 = 4 | v5 = 11 | v6 = 2 |  | |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;2): 0 + 4 > 3; ∆12 = 0 + 4 - 3 = 1 > 0

(1;3): 0 + 11 > 7; ∆13 = 0 + 11 - 7 = 4 > 0

(4;1): 0 + 10 > 5; ∆41 = 0 + 10 - 5 = 5 > 0

(5;1): -3 + 10 > 4; ∆51 = -3 + 10 - 4 = 3 > 0

max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 5. Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | 0 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8|6 | 14 | 0 |
| 3 | 2|144 - | 6 | 12 | 9 | 3|7 + | 12 | 0 |
| 4 | 5 + | 11 | 11|72 - | 4|88 | 14 | 3 | 0 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60 + | 0 | 0|83 - | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 72. Прибавляем 72 к объемам грузов, стоящих в плюсовых и вычитаем 72 из xij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | 0 |
| 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8|6 | 14 | 0 |
| 3 | 2|72 | 6 | 12 | 9 | 3|79 | 12 | 0 |
| 4 | 5|72 | 11 | 11 | 4|88 | 14 | 3 | 0 |
| 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|132 | 0 | 0|11 | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 4; 0 + v4 = 4; v4 = 4

u4 + v4 = 4; 4 + u4 = 4; u4 = 0

u4 + v1 = 5; 0 + v1 = 5; v1 = 5

u3 + v1 = 2; 5 + u3 = 2; u3 = -3

u3 + v5 = 3; -3 + v5 = 3; v5 = 6

u2 + v5 = 8; 6 + u2 = 8; u2 = 2

u2 + v2 = 1; 2 + v2 = 1; v2 = -1

u6 + v5 = 0; 6 + u6 = 0; u6 = -6

u6 + v3 = 0; -6 + v3 = 0; v3 = 6

u5 + v4 = 1; 4 + u5 = 1; u5 = -3

u1 + v6 = 2; 0 + v6 = 2; v6 = 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | U |
| b 1 | b 2 | b3 | b 4 | b 5 | b 6 |
| a 1 | 13 | 3 | 7 | 4|5 | 12 | 2|164 | u1 = 0 |
| a 2 | 11 | 1|108 | 9 | 6 | 8|6 | 14 | u2 = 2 |
| a 3 | 2|72 | 6 | 12 | 9 | 3|79 | 12 | u3 = -3 |
| a 4 | 5|72 | 11 | 11 | 4|88 | 14 | 3 | u4 = 0 |
| a 5 | 4 | 12 | 10 | 1|101 | 11 | 5 | u5 = -3 |
| a 6 | 0 | 0 | 0|132 | 0 | 0|11 | 0 | u6 = -6 |
| V | v1 = 5 | v2 = -1 | v3 = 6 | v4 = 4 | v5 = 6 | v6 = 2 |  |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: F(x) = 4\*5 + 2\*164 + 1\*108 + 8\*6 + 2\*72 + 3\*79 + 5\*72 + 4\*88 + 1\*101 + 0\*132 + 0\*11 = 1698

*Анализ оптимального плана.*

Из 1-го склада необходимо груз направить в 4-й магазин (5), в 6-й магазин (164)

Из 2-го склада необходимо груз направить в 2-й магазин (108), в 5-й магазин (6)

Из 3-го склада необходимо груз направить в 1-й магазин (72), в 5-й магазин (79)

Из 4-го склада необходимо груз направить в 1-й магазин (72), в 4-й магазин (88)

Из 5-го склада необходимо весь груз направить в 4-й магазин.

Потребность 3-го магазина остается неудовлетворенной на 132 ед.

Потребность 5-го магазина остается неудовлетворенной на 11 ед.

Минимальные затраты составят 1698 денежных единиц.